

ĐỀ THI THỬ LẦN 1 NĂM 2109

Câu 1. Thể tích khối lập phương cạnh bằng 3 là

- A. 8. B. 27. C. $\frac{9}{2}$. D. 9.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 $-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

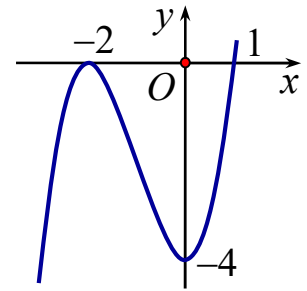
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; -3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 0)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $(3; 0; 3)$. B. $(3; 0; -3)$. C. $(-3; 0; 3)$. D. $(3; 4; -3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -2)$.
 B. $(-2; 0)$.
 C. $(-4; -2)$.
 D. $(-2; 1)$.



Câu 5. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, giá trị $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng

- A. $\ln a + 2 \ln b$. B. $\frac{\ln a}{2 \ln b}$. C. $\ln a - \frac{1}{2} \ln b$. D. $\ln a - 2 \ln b$.

Câu 6. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 2$ và $\int_0^3 g(x) dx = 3$. Khi đó, $\int_0^3 [3g(x) - 2f(x) - 2x] dx$ bằng

- A. -9. B. 4. C. -4. D. 14.

Câu 7. Khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh $2a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $32\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $4\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $36\pi a^3$. D. $\frac{81\pi a^3}{4}$.

Câu 8. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 2x) = 3$ bằng

- A. -8. B. -6. C. 8. D. -2.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $C(1; -2; 4)$. B. $B(-1; -2; -4)$. C. $A(1; -2; -4)$. D. $D(1; 2; -4)$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + 2 \cos 2x$ là

- A. $e^{-x} + 2 \sin 2x + C$. B. $-e^{-x} - \sin 2x + C$. C. $-e^{-x} - \sin 2x + C$. D. $-e^{-x} + \sin 2x + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 3; 5)$ là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{2}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 12. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

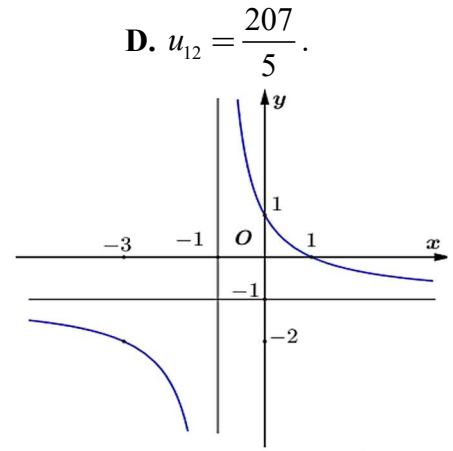
A. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $C_n^k = C_n^{n-k}$. D. $A_n^k = n! \cdot C_n^k$.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3; u_5 = 19$. Tính u_{12} .

A. $u_{12} = 51$. B. $u_{12} = 57$. C. $u_{12} = 47$. D. $u_{12} = \frac{207}{5}$.

Câu 14. Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào ?

A. $y = \frac{-x}{x+1}$.
 B. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.
 C. $y = \frac{-x-1}{x-1}$.
 D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.



Câu 15. Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, có bảng biến thiên như bên dưới.

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	↗ 5	↘ 1	↗ 4		

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$.

Tổng $M + m$ bằng

A. 9. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

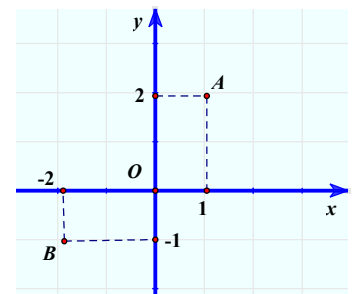
x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 17. Các điểm A và B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Tìm các số thực a, b thỏa mãn $2z_1 + a = z_2 + bi$.

A. $a = -4, b = 5$.
 B. $a = -5, b = 3$.
 C. $a = 4, b = -5$.
 D. $a = -4, b = -5$.



Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. 9. B. 3. C. 6. D. $\sqrt{3}$.

Câu 19. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P = 3 + a - 2b$. B. $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$. C. $P = \frac{3a}{2b}$. D. $P = 3 + a - \sqrt{b}$.

Câu 20. Phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức $z_1; z_2$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. 3. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

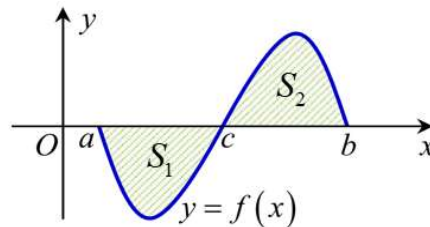
Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(3x^2 + 1) > \log(4x)$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 23. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi phần đồ thị $y = f(x)$ ở dưới trục hoành và trục hoành là $S_1 = \frac{9}{2}$; diện tích hình phẳng giới hạn bởi phần đồ thị $y = f(x)$ ở trên trục



hoành và trục hoành là $S_2 = 4$. Tính $I = \int_a^b f(x)dx$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{17}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{9}{8}$.

Câu 24. Khối nón có thể tích bằng $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh hình nón bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $\pi a^2 \sqrt{3}$. C. $4\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 25. Đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x - 4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 26. Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$. B. $\frac{1}{2(1+\sqrt{x+1})}$. C. $\frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$. D. $\frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$.

Câu 28. Khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối trụ bằng

- A. 16π . B. 32π . C. 8π . D. 20π .

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-2; 0)$ và $(0; +\infty)$; có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

Tất cả các giá trị m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất là

A. $m < 0$ hoặc $m > 1$. B. $0 < m < 1$. C. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = -8$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 2$. B. $I = -8$. C. $I = -2$. D. $I = -18$.

Câu 31. Cho biết $\int_1^2 \frac{3x-1}{x^2+2x+1}dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $S = a + 2b + 3c$ bằng

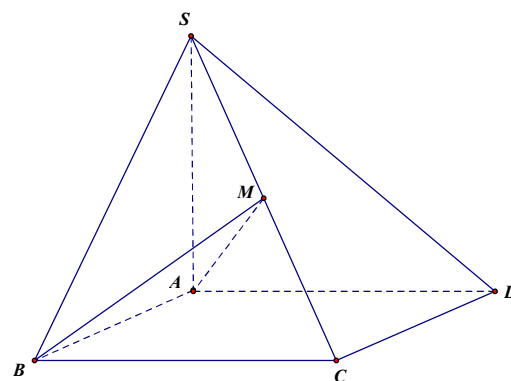
A. 7. B. $\frac{7}{3}$. C. -5. D. $-\frac{11}{3}$.

Câu 32. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 6. B. $4 + \sqrt{2}$. C. $2 + \sqrt{2}$. D. $8 + \sqrt{2}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi điểm M là trung điểm của SC . Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABM) và (SCD) bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.



Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$. Mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$. B. $(x-6)^2 + (y-5)^2 + (z-6)^2 = 1$.
C. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$. D. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 1$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = mx - \frac{1}{x^3} + 2x^3$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. 8. B. 9. C. 11. D. 10.

Câu 37. Trong nhóm 60 học sinh có 30 học sinh thích học Toán, 25 học sinh thích học Lý và 10 học sinh thích cả Toán và Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ nhóm này. Xác suất để được học sinh này thích học ít nhất là một môn Toán hoặc Lý?

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	-	0	+

Hàm số $y = f(3x+1) - x^3 + 3x$ đồng biến trên

- A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$. D. $(1; +\infty)$.

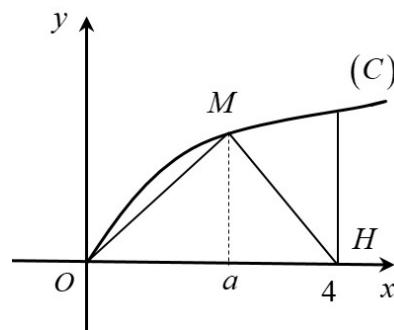
Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2+b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ với a, b là các số thực. Biết $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{3}$. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{25}{3}$.

Câu 40. Người ta thiết kế một thùng chứa nước hình trụ có thể tích V cho trước. Biết rằng đơn giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và gấp 3 lần đơn giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng. Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tính tỷ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí làm vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất.

- A. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$. B. $\frac{h}{r} = 2$. C. $\frac{h}{r} = 6$. D. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $x = 0; x = 4$ và trục Ox . Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và $x_M = a$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác OMH quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$. Tìm a .



- A. $a = 3$. B. $a = \frac{5}{2}$. C. $a = 2\sqrt{2}$. D. $a = \sqrt{3}$.

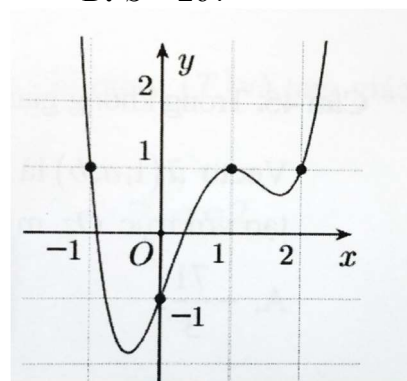
Câu 42. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 5 - 3i| = 5$, đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = c$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 11$. B. $S = 22$. C. $S = 20$. D. $S = 26$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình

$$f(x) \geq \frac{m}{24 + 2x - x^2} \text{ có nghiệm thuộc } [0; 2] ?$$

- A. 25. B. 26. C. 23. D. 24.



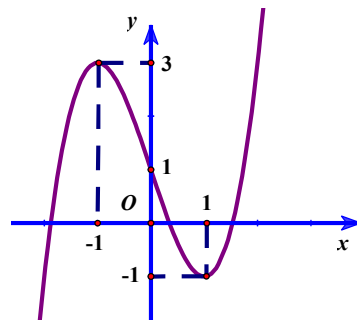
Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với điểm $A(-1; 3; -1), B(1; -3; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC là $(P): x + y - z + 4 = 0$. Gọi điểm $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C . Biết độ dài đoạn thẳng OI ngắn nhất. Giá trị $S = a + b + c$ bằng

- A. 2. B. $-\frac{4}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình bên.

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(f(\sin x)) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

- A. $(-1; 3]$.
 B. $[-1; 3]$.
 C. $(-1; 3)$.
 D. $[-1; 3]$.



Câu 46. Xét hai phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 2 = 0$ (1) và $2^x - m \cdot 2^{\frac{x+2}{2}} + 3m - 2 = 0$ (2). Tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 sao cho $x_1 + x_2 > x_3 + x_4$ là

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 2$. C. $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3} < m < 1$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{2}$. Véc tơ $\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và tạo với trục Oz một góc nhỏ nhất. Giá trị $a + b$ bằng

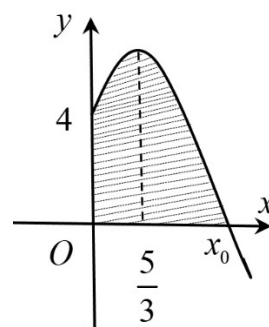
- A. 2. B. 5. C. 6. D. 3.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ và $f(0) = 0$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thuộc $(1; 20)$ sao cho $f(\ln m) + f\left(\log_m \frac{1}{2019}\right) \leq 0$?

- A. 7. B. 17. C. 14. D. 4.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai xác định trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là một Parabol (P) có trục đối xứng $x = \frac{5}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên); điểm $x = x_0 > 0$ là một hoành độ giao điểm (P) và trục hoành. Biết rằng $\int_0^{x_0} |f''(x)| dx = \frac{97}{18}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.



- A. $f(2) = 10$. B. $f(2) = 9$. C. $f(2) = \frac{32}{3}$. D. $f(2) = 12$.

Câu 50. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8$ và $\frac{z^2 - z + 4}{z^2 + z + 4}$ là số thực?

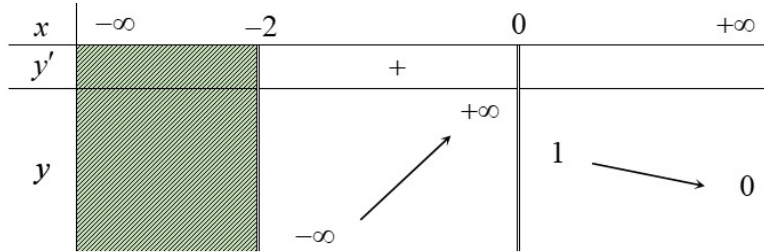
- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.B	5.D	6.C	7.C	8.A	9.C	10.D
11.A	12.D	13.C	14.D	15.D	16.C	17.A	18.B	19.B	20.D
21.D	22.B	23.C	24.A	25.C	26.D	27.C	28.A	29.C	30.D
31.B	32.B	33.C	34.D	35.D	36.B	37.B	38.A	39.C	40.C
41.A	42.B	43.A	44.B	45.A	46.D	47.A	48.C	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI 20 CÂU CUỐI ĐỀ 26 – 04 – 2109

Câu 51. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-2; 0)$ và $(0; +\infty)$; có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tất cả các giá trị m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất là

A. $m < 0$ hoặc $m > 1$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$. **D.** $m \geq 1$.

Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên phương trình có nghiệm duy nhất khi $m \leq 0 \vee m \geq 1$.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = -8$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 2$. **B.** $I = -8$. **C.** $I = -2$. **D.** $I = -18$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$. Ta có $10 = (x+1)f(x)|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = 2f(1) - f(0) - I \Leftrightarrow I = -18$.

Câu 53. Cho biết $\int_1^2 \frac{3x-1}{x^2+2x+1}dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $S = a + 2b + 3c$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** -5. **D.** $-\frac{11}{3}$.

Ta có $I = \int_1^2 \frac{3(x+1)-4}{(x+1)^2}dx = \int_1^2 \frac{3}{x+1}dx - \int_1^2 \frac{4}{(x+1)^2}dx = -\frac{2}{3} - 3 \ln 2 + 3 \ln 3$. Suy ra $a = -\frac{2}{3}; b = -3; c = 3 \Rightarrow S = \frac{7}{3}$.

Câu 54. Gọi S là tập nghiệm của $2 \log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 6. **B.** $4 + \sqrt{2}$. **C.** $2 + \sqrt{2}$. **D.** $8 + \sqrt{2}$.

Điều kiện $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

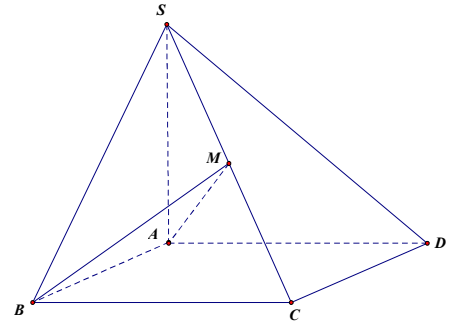
Phương trình $2 \log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2 \Leftrightarrow \log_2(2x-2)^2 + \log_2(x-3)^2 = 2 \Leftrightarrow ((2x-2)(x-3))^2 = 4$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 4 = 0 \\ 2x^2 - 8x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2}; x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 \end{cases}$.

Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm: $S = \{2; 2 + \sqrt{2}\}$, suy ra tổng các phần tử của S là: $4 + \sqrt{2}$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Điểm M là trung điểm của SC . Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABM) và (SCD) bằng

- A. $\frac{1}{2}$.
B. 0.
C. $\frac{1}{3}$.
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

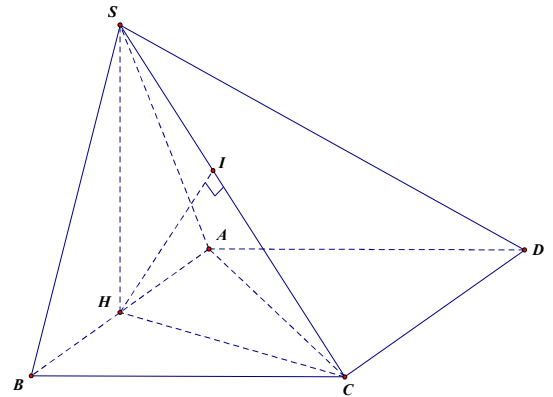


Gọi N là trung điểm của SD thì góc giữa hai mặt phẳng là góc $\widehat{AND}$.

Ta có $AN = ND = \frac{SD}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \widehat{AND} = \frac{ND^2 + NA^2 - AD^2}{2NA \cdot ND} = \frac{1}{3}$ (nếu âm thì lấy trị tuyệt đối).

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
C. $\frac{3a}{4}$.
D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.



Gọi H là trung điểm của AB thì $SH \perp (ABCD)$ và $CH \perp AB // CD \Rightarrow HC \perp CD$. Kẻ $HI \perp SC$.

Suy ra $d(B, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HI = \frac{SH \cdot HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 57. Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$. Mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
B. $(x-6)^2 + (y-5)^2 + (z-6)^2 = 1$.
C. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$.
D. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 1$.

Hai mặt cầu có cùng bán kính bằng 1 và tâm của chúng đối xứng qua mặt phẳng (α) .

Ta có $I(2; -1; 0) \Rightarrow IH: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases} \cap (\alpha) \Rightarrow 3(2 + 3t) - 2(-1 - 2t) + t + 6 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 1; -1)$. Nên $I'(-4; 3; -2)$.

Câu 58. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = mx - \frac{1}{x^3} + 2x^3$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. 8.
B. 9.
C. 6.
D. 5.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' = m + \frac{3}{x^4} + 6x^2 \geq 0; \forall x \in (0; +\infty)$.

Hay: $m \geq -\frac{3}{x^4} - 6x^2 = h(x); \forall x \in (0; +\infty)$. Trên $(0; +\infty)$: $h'(x) = \frac{12}{x^5} - 12x$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

x	0	1	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-
$h(x)$	$-\infty$	-9	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $m \geq h(x); \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -9$. Vậy có 9 số nguyên âm m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 59. Trong nhóm 60 học sinh có 30 học sinh thích học Toán, 25 học sinh thích học Lý và 10 học sinh thích cả Toán và Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ nhóm này. Xác suất để được học sinh này thích học ít nhất là một môn Toán hoặc Lý?

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Gọi A là tập hợp “học sinh thích học Toán”

Gọi B là tập hợp “học sinh thích học Lý”

Gọi C là tập hợp “học sinh thích học ít nhất một môn”

Ta có $n(C) = n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 25 - 10 = 45$ (Minh họa bằng biểu đồ Ven)

Vậy xác suất để được học sinh này thích học ít nhất là một môn Toán hoặc Lý là: $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$.

Câu 60. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	-	0	+

Hàm số $y = f(3x+1) - x^3 + 3x$ đồng biến trên

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

D. $(1; +\infty)$.

Hàm số đồng biến khi $y' = 3f'(3x+1) - 3x^2 + 3 > 0 \Leftrightarrow f'(3x+1) + (-x^2 + 1) > 0$.

Khi đó, ta đánh giá mạnh như sau $\begin{cases} f'(3x+1) > 0 \\ -x^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < 3x+1 < 2 \\ 3x+1 > 4 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ x > 1 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{3}$

Câu 61. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2+b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ với a, b là các số thực. Biết $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên

$\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{19}{3}$.

C. $\frac{26}{3}$.

D. $\frac{25}{3}$.

Hàm số liên tục tại $x=1$ nên $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a+1 = 1+b \Leftrightarrow a=b$.

Và $f'(x) = \begin{cases} a & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Hàm số có đạo hàm tại $x=1$ khi $f'(1^-) = f'(1^+) \Leftrightarrow a=2$.

(Có thể dùng định nghĩa tính đạo hàm)

Khi đó $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Suy ra $\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 (x^2+2) dx + \int_1^2 (2x+1) dx = \frac{26}{3}$.

Câu 62. Người ta thiết kế một thùng chứa nước hình trụ có thể tích V cho trước. Biết rằng đơn giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và gấp 3 lần đơn giá vật liệu để làm mặt xung quanh

của thùng. Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tính tỷ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí làm vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất.

A. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$.

B. $\frac{h}{r} = 2$.

C. $\frac{h}{r} = 6$.

D. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$.

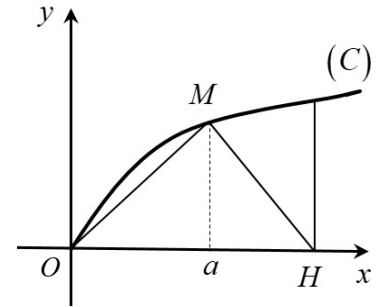
Để đơn giản, ta xem $V=1$ và đơn giá xung quanh là 1 thì đơn giá của đáy và nắp là 3.

Ta có $V = \pi r^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\pi r^2}$.

Chi phí bằng $f = (2S_{\text{đáy}})3 + S_{\text{xq}} = 6\pi r^2 + 2\pi r \frac{1}{\pi r^2} = 6\pi r^2 + \frac{2}{r}$.

Ta có $f' = 12\pi r - \frac{2}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r^3 = \frac{1}{6\pi}$.

Khi đó $h = \frac{1}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{h}{r} = \frac{1}{\pi r^3} = 6$.



Câu 63. Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $x=0; x=4$ và trục Ox . Cho điểm

M thuộc đồ thị (C) và $x_M = a$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác OMH quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$. Tìm a

A. $a = 3$.

B. $a = \frac{5}{2}$.

C. $a = 2\sqrt{2}$.

D. $a = 2$.

Ta có $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = 8\pi$.

Xét V_2 là hình ghép bởi hai nón có $r = \sqrt{a}$, $h = OH = 4$. Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Suy ra $V_2 = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{a})^2 4 = \frac{4}{3}\pi a$. Theo đề $V_1 = 2V_2 \Leftrightarrow 8\pi = 2\left(\frac{4}{3}\pi a\right) \Leftrightarrow a = 3$

Câu 64. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện

$|z - 5 - 3i| = 5$, đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = c$. Tính tổng

$S = a + b + c$.

A. $S = 11$.

B. $S = 22$.

C. $S = 20$.

D. $S = 7$.

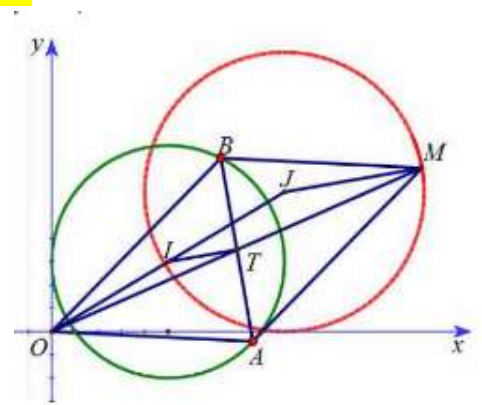
Cách 1: Gọi A, B, M là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, w . Khi đó A, B thuộc đường tròn $(C): (x-5)^2 + (y-3)^2 = 25$ và $AB = |z_1 - z_2| = 8$. Đường tròn (C) có tâm $I(5; 3)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi T là trung điểm của AB khi đó T là trung điểm của OM và $IT = \sqrt{IA^2 - TA^2} = 3$.

Gọi J là điểm đối xứng của O qua I suy ra $J(10; 6)$ và IT là đường trung bình của tam giác OJM , do đó $JM = 2IT = 6$.

Vậy M thuộc đường tròn tâm J bán kính bằng 6 và có phương trình $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$.

Cách 2: Gọi A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 thì A, B thuộc đường tròn $(C): (x-5)^2 + (y-3)^2 = 25$

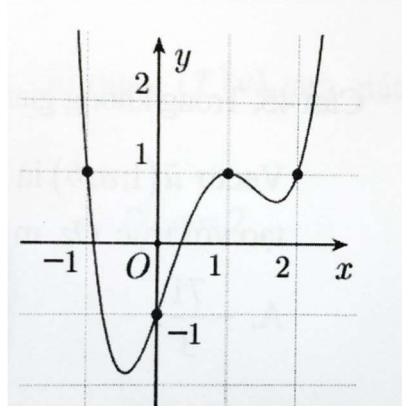


và $AB = |z_1 - z_2| = 8$. Gọi K là trung điểm của AB thì K biểu diễn cho số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$ và $IK = 3$.

Do đó $3 = IK = \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - 5 - 3i \right| \Leftrightarrow |w - 10 - 6i| = 6 \Leftrightarrow (x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 36$.

Nhận xét: Hiểu được và xử lý như cách 2 sẽ nhanh hơn.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq \frac{m}{24 + 2x - x^2}$ có nghiệm thuộc $[0; 2]$?



- A. 25. B. 26. C. 23. D. 24.

Khi $x \in [0; 2]$ thì $24 + 2x - x^2 = 25 - (x - 1)^2 \in [24; 25]$ nên bất phương trình thành

$g(x) = (24 + 2x - x^2)f(x) \geq m$. Xét $g'(x) = (2 - 2x)f(x) + f'(x)(24 + 2x - x^2) = 0 \Rightarrow x = 1$ (để ý $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$)

Xét $y = g(x)$ trên $[0; 2]$: có $g(0) = -24; g(1) = 25; g(2) = 24$ nên $g(x) \leq 25 = \max g(x)$.

(lập bảng biến thiên để đánh giá có thể $g'(x) = 0$ có thể có nghiệm thuộc $(0; 1)$ nhưng giá trị lớn nhất vẫn là 25)

Suy ra $g(x) \geq m$ có nghiệm thuộc $[0; 2]$ thì $m \leq 25$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với điểm $A(-1; 3; -1), B(1; -3; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC là $(P): x + y - z + 4 = 0$. Gọi điểm $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C . Biết độ dài đoạn thẳng OI ngắn nhất. Giá trị $S = a + b + c$ bằng

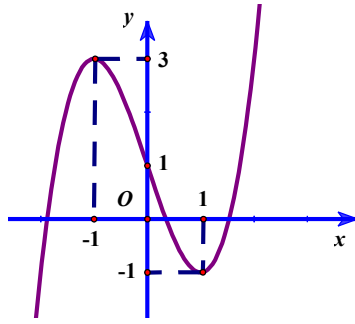
- A. 2. B. $-\frac{4}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Mặt phẳng trung trực của AB là $(Q): x - 3y + z = 0$, Suy ra $I \in (P) \cap (Q) \Rightarrow \begin{cases} x + y - z + 4 = 0 \\ x - 3y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

$\Rightarrow I(-2 + t; t; 2 + 2t) \Rightarrow OI^2 = 6t^2 + 4t + 8$ nhỏ nhất khi $t = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow S = -\frac{4}{3}$.

Nhận xét: Thật sự I cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 67. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình bên. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(f(\sin x)) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là



A. $(-1; 3]$.

B. $[-1; 3)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $[-1; 3]$.

Với $x \in (0; \pi)$ thì $0 < \sin x \leq 1$ nên $-1 \leq t = f(\sin x) < 1$.

Do đó $f(f(\sin x)) = m \Leftrightarrow f(t) = m$ có nghiệm thuộc $[-1; 1]$ suy ra $-1 < m \leq 3$.

Câu 68. Xét hai phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3m - 2 = 0$ (1) và $2^x - m \cdot 2^{\frac{x+2}{2}} + 3m - 2 = 0$ (2). Tất cả các giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và (2) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 sao cho $x_1 + x_2 > x_3 + x_4$ là

A. $0 < m < 1$.

B. $m < 1 \vee > 2$.

C. $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$.

D. $\frac{2}{3} < m < 1$.

Xét (1) $\Leftrightarrow 4^x - 2m \cdot 2^x + 3m - 2 = 0$ và (2) $\Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{2}}\right)^2 - 2m \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 3m - 2 = 0$

Để 2 phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m + 2 > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = 3m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} < m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$.

Ta có $t_1 t_2 = 2^{x_1 + x_2} = 3m - 2$; $t_3 t_4 = 2^{\frac{x_3 + x_4}{2}} = 3m - 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_2(3m - 2)$; $\frac{x_3 + x_4}{2} = \log_2(3m - 2)$

Do $x_1 + x_2 > x_3 + x_4$ nên $\log_2(3m - 2) > 2 \log_2(3m - 2) \Leftrightarrow \log_2(3m - 2) < 0 \Rightarrow m < 1$.

Vậy $\frac{2}{3} < m < 1$.

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{2}$. Véc tơ

$\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và tạo với trục Oz một góc nhỏ nhất. Giá trị $a + b$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Cách 1: Gọi điểm cắt là $B(b+1; 2b+3; 2b+1)$ suy ra $\vec{AB} = (b; 2b+2; 2b)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Ta có $\cos(\Delta, Oz) = \frac{|2b|}{\sqrt{b^2 + (2b+2)^2 + 4b^2}} = \frac{|2b|}{\sqrt{9b^2 + 8b + 4}} \geq 0 \Rightarrow \cos^2(\Delta, Oz) = \frac{4b^2}{9b^2 + 8b + 4} = f(b)$

$\Rightarrow f'(b) = \frac{32b^2 + 32b}{(9b^2 + 8b + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow \cos(\Delta, Oz) = 0 \\ b = -1 \rightarrow \cos(\Delta, Oz) = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{cases}$. Lập bảng biến thiên ta có $\cos(\Delta, Oz) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ là max.

Góc nhỏ nhất khi giá trị $\cos(\Delta, Oz)$ lớn nhất. Suy ra $\vec{AB} = (-1; 0; -2) \Rightarrow \vec{u} = (1; 0; 2)$.

Cách 2:

Lấy $M(1; 3; 1)$ thì mặt phẳng (P) chứa A và d có $[\vec{AM}; \vec{u}_d] = (4; 0; -2) = 2(2; 0; -1) \Rightarrow \vec{n}_P = (2; 0; -1)$.

Đường thẳng Δ song song với hình chiếu của Oz lên (P) . Gọi (Q) chứa Oz và vuông (P) .

Suy ra $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{k}] = (0; -2; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{u_A} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}] = (-2; 0; -4) = -2(1; 0; 2)$.

Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ và $f(0) = 0$. Có tất cả bao nhiêu

số nguyên m thuộc $(1; 20)$ sao cho $f(\ln m) + f\left(\log_m \frac{1}{2019}\right) \leq 0$?

A. 7.

B. 10.

C. 14.

D. 15.

Điều kiện $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$. Do m nguyên nên $m > 1 \Rightarrow \ln m > 0$.

Do $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ và $f(0) = 0$ nên suy ra $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ (xem lại nguyên hàm cơ bản đặc biệt).

Xét $f(-x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = -\ln(\sqrt{x^2 + 1} + x) = -f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số lẻ.

Do $f'(x) > 0$ nên $f(x)$ luôn đồng biến.

Xét $f(\ln m) + f\left(\log_m \frac{1}{2019}\right) \leq 0 \Leftrightarrow f(\ln m) + f(-\log_m 2019) \leq 0 \Leftrightarrow f(\ln m) - f(\log_m 2019) \leq 0$

$\Leftrightarrow f(\ln m) \leq f(\log_m 2019) \Rightarrow \ln m \leq \log_m 2019 \Leftrightarrow \ln m \leq \frac{\ln 2019}{\ln m} \Rightarrow \ln m \leq \sqrt{\ln 2019} \Leftrightarrow m \leq e^{\sqrt{\ln 2019}} \approx 15,779$.

Câu tương tự: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$

và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m > e$.

B. $0 < m \leq 1$.

C. $0 < m < e$.

D. $1 < m < e$.

Ta có $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (2 - 2x) dx$.

$\Leftrightarrow \ln f(x) = 2x - x^2 + C \Leftrightarrow f(x) = A.e^{2x - x^2}$. Mà $f(0) = 1$ suy ra $f(x) = e^{2x - x^2}$.

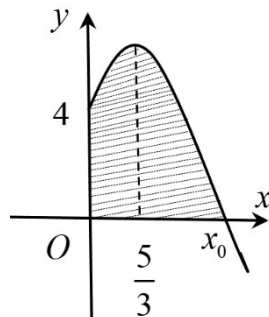
Ta có $2x - x^2 = 1 - (x^2 - 2x + 1) = 1 - (x - 1)^2 \leq 1$. Suy ra $0 < e^{2x - x^2} \leq e$ và ứng với một giá trị thực $t < 1$ thì phương trình $2x - x^2 = t$ sẽ có hai nghiệm phân biệt.

Vậy để phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi $0 < m < e^1 = e$.

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị

là một Parabol (P) có trục đối xứng $x = \frac{5}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới); điểm $x = x_0 > 0$ là một

hoành độ giao điểm (P) và trục hoành. Biết rằng $\int_0^{x_0} |f''(x)| dx = \frac{97}{18}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.



A. $f(2) = 10$.

B. $f(2) = 9$.

C. $f(2) = \frac{32}{3}$.

D. $f(2) = 12$.

Đề ý $f'(0)=4; f'(x_0)=0$ và trên $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ thì $f''(x) > 0$; trên $\left(\frac{5}{3}; x_0\right)$ thì $f''(x) < 0$.

$$\text{Từ đó } \int_0^{x_0} |f''(x)| dx = \frac{97}{18} \Leftrightarrow \frac{97}{18} = \int_0^{\frac{5}{3}} f''(x) dx - \int_{\frac{5}{3}}^{x_0} f''(x) dx \Leftrightarrow \frac{97}{18} = \left[f' \left(\frac{5}{3} \right) - f'(0) \right] - \left[f'(x_0) - f' \left(\frac{5}{3} \right) \right]$$

$$\Leftrightarrow 2f' \left(\frac{5}{3} \right) = \frac{169}{18} \Rightarrow f' \left(\frac{5}{3} \right) = \frac{169}{36}. \text{ Suy ra đỉnh } I \left(\frac{5}{3}; \frac{169}{36} \right).$$

Ta giải xác định (P): $y = ax^2 + bx + 4$ (do $x = 0$ suy ra $c = 4$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{3} \\ y_I = \frac{25}{9}a + \frac{5}{3}b + 4 = \frac{169}{36} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + 3b = 0 \\ \frac{25}{9}a + \frac{5}{3}b = \frac{25}{36} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{x^2}{4} + \frac{5}{6}x + 4.$$

$$\text{Vậy } f(x) = -\frac{x^3}{12} + \frac{5x^2}{12} + 4x + C, f(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \text{ nên } f(x) = -\frac{x^3}{12} + \frac{5x^2}{12} + 4x + 1. \text{ Suy ra } f(2) = 10.$$

Câu 72. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8$ và $\frac{z^2 - z + 4}{z^2 + z + 4}$ là số thực ?

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

$$\checkmark \text{ ĐK: } z^2 + z + 4 \neq 0 \Leftrightarrow z \neq -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{15}}{2}i.$$

$$\text{Đặt } z = x + yi \text{ thì } |z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8 \Leftrightarrow 2|x| + 4|y| = 8 \Leftrightarrow |x| + 2|y| = 4.$$

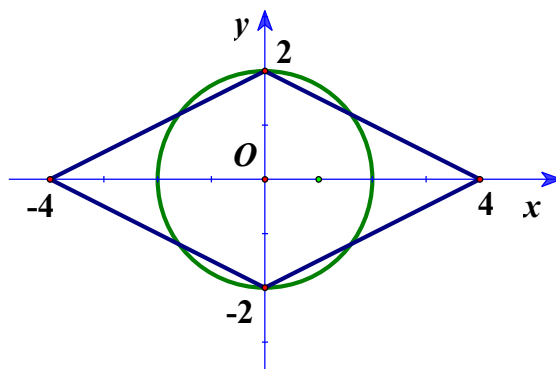
$$\checkmark \text{ Nếu } z \text{ là số thực thì } y = 0 \Rightarrow |x| = 4 \Leftrightarrow x = \pm 4.$$

$\checkmark$ Nếu z không là số thực ($y \neq 0$):

$$\text{Xét } \frac{z^2 - z + 4}{z^2 + z + 4} = k \in \mathbb{R} \Rightarrow z^2 - z + 4 = k(z^2 + z + 4)$$

$$\Leftrightarrow (1-k)z^2 - (1+k)z + 4(1-k) = 0 \Rightarrow |z|^2 = z_1 z_2 = \frac{c}{a} = 4 \Rightarrow |z| = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4.$$

Biểu diễn lên hệ trục ta có hình vẽ, ta thấy có 6 điểm chung $\left(y \neq 0; x \neq -\frac{1}{2}\right)$ nên có 6 số phức z thỏa yêu cầu.



Vậy có tổng cộng 8 số phức thỏa yêu cầu.